

## ・二標本平均の差の区間推定

消費電力が低くなるように電球に改良を加えた結果、改良前後の消費電力は次の通りであった。

改良前 ( $x$ ) : 7.3 7.8 7.2 7.4 8.1

改良後 ( $y$ ) : 7.4 6.8 6.3 7.1 (単位 W)

消費電力の分布は同じ母分散を持つ正規分布であるとするとき、次の問いに答えよ。

1) 標本平均 ( $\bar{x}, \bar{y}$ )・標本分散 ( $s_x^2, s_y^2$ ) を求めよ。

$$\bar{x} = 7.56, s_x^2 = 0.143 (s_x = 0.37815 \dots)$$

$$\bar{y} = 6.90, s_y^2 = 0.220 (s_y = 0.46904 \dots)$$

2) 共通の母分散の推定量  $s^2$  を求めよ。

$$s^2 = \frac{1}{(5-1) + (4-1)} \{(5-1) \times 0.143 + (4-1) \times 0.220\} = \frac{1.232}{7} = 0.176$$

$$s = \sqrt{0.176} = 0.41952 \dots$$

3) 改良前後の平均値の差  $\mu_x - \mu_y$  の 99% 信頼区間を求めよ。

$T = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_x - \mu_y)}{s \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}}$  で変換すると自由度  $(5-1) + (4-1) = 7$  の  $t$  分布に従うので、

$P(-t_\alpha \leq T \leq t_\alpha) = 0.99 = 1 - 0.01$  となる  $t_\alpha$  は表より 3.499 であるから区間推定は

$$-3.499 \leq \frac{(7.56 - 6.90) - (\mu_x - \mu_y)}{0.4195 \sqrt{\frac{1}{5} + \frac{1}{4}}} \leq 3.499$$

$$-3.499 \leq \frac{0.66 - (\mu_x - \mu_y)}{0.2814} \leq 3.499$$

$$0.66 - 3.499 \times 0.2814 \leq \mu_x - \mu_y \leq 0.66 + 3.499 \times 0.2814$$

$$-0.32461 \dots \leq \mu_x - \mu_y \leq 1.64461 \dots$$

$$-0.325 \leq \mu_x - \mu_y \leq 1.64$$

## 1. 仮説検定とは

今までは、母集団の母平均や母分散等を標本から推定することを行ってきたが、仮説検定は、事前に立てた母集団に対する性質の仮定が正しいかどうかを判定する一つの方法である。もちろん推定と同様に、母集団にあるすべてのデータを調べることができれば正しい性質も分かるが、実際には一部のデータ（標本）しか得ることができないので、標本から判断せざるを得ない。しかしながら、すべてのデータが手に入らないということは、正しい判定ができないことを意味しており、仮説検定は確率を用いて、なるべく誤った判定を少なくする方法を用いている。

実際の仮説検定の方法はおおよそ次のとおりである。

### 1) 仮説を立てる。

調べたいことに対して、2つの仮説を立てる。帰無仮説 ( $H_0$ ) と対立仮説 ( $H_1$ ) と呼ばれており、示したい（証明したい）仮説を対立仮説としておき、対立仮説を否定したものを帰無仮説としておく。

### 2) 母集団から標本を抽出する。

基本的は無作為抽出でよいが、調べたい事柄によっては層別抽出などを用いる。

### 3) 帰無仮説を真と仮定したときの、標本の出現確率を計算する。

仮説検定は背理法の考え方をを用いているので、正しくないと思われる仮説を真として、標本の出現確率を調べる。

### 4) 3) の出現確率が極めて低いとき、帰無仮説を棄却して対立仮説が正しいと判定する。そうでないときは、判断を保留する。

3) の出現確率が低い場合、めったに起こらないことが起きたと考えるより、最初の仮説が間違っていたと考えたほうが妥当である。そこで、帰無仮説が否定されるので、対立仮説が正しいと判断できる。しかし、棄却できない場合、どちらが正しいかという積極的な理由が無い場合、判断を保留する（背理法と同じ）。

最初にも述べたように、仮説検定では確率で帰無仮説を棄却するかどうかを判断しているために、判断を誤る可能性がある。どのようなケースがあるかを考えると次のような表になる。

	帰無仮説を棄却しない	帰無仮説を棄却する
帰無仮説が真	正しい判定	誤った判定 (第1種の過誤)
対立仮説が真	誤った判定 (第2種の過誤)	正しい判定

できれば第1種の過誤の確率と第2種の過誤の確率をできるだけ小さくしたいが、両方の確率を制御することは非常に困難である。仮説検定では、4) の帰無仮説を棄却する確率が第1種の過誤の確率と一致するので、第1種の過誤の確率を固定（通常は5%もしくは1%）した上で第2種の過誤の確率が小さくなるような方法を用いる。

## ・ 帰無仮説と対立仮説 《仮説検定》

ガソリンに添加剤を加えた場合に燃費が良くなるかどうかを検定する場合、データとして

「(添加後の燃費) - (添加前の燃費)」 《単位は km/l》

が得られたときの帰無仮説および対立仮説を示せ。

2019年度神奈川工科大学 確率統計S 演習問題	学科	学年	組	学 籍 番 号	氏 名	

提出先：K3-3309号室前 18番のボックス 提出期限：12月 9日(月) 17時頃まで