解析学 II　　前回の解答例　　2019.10. 4 分

・次の関数が $z_{xy} = z_{yx}$ であることを確かめよ。

(1) $z = 4x^3y - 5x^3y^{-2} - 4y^3$

$$z_x = 12x^2y - 15x^2y^{-2} \quad \Rightarrow \quad z_{xy} = 12x^2 + 30x^2y^{-3}$$

$$z_y = 4x^3 + 10x^3y^{-3} - 12y^2 \quad \Rightarrow \quad z_{yx} = 12x^2 + 30x^2y^{-3}$$

(2) $z = \dfrac{y}{x+y^2}$

$$z_x = y \times \left(-\frac{\frac{\partial}{\partial x}(x+y^2)}{(x+y^2)^2} \right) = -\frac{y}{(x+y^2)^2}$$

（分子の y は x で偏微分するときは定数扱いなので逆数の微分が使える）

$$\Rightarrow \quad z_{xy} = -\frac{\left\{\frac{\partial}{\partial y}y\right\} \times (x+y^2)^2 - y \times \left\{\frac{\partial}{\partial y}(x+y^2)^2\right\}}{(x+y^2)^4}$$

$$= -\frac{1 \times (x+y^2)^2 - y \times \{2(x+y^2) \times 2y\}}{(x+y^2)^4}$$

$$= -\frac{(x+y^2) - y \times (2 \times 2y)}{(x+y^2)^3} = -\frac{x+y^2-4y^2}{(x+y^2)^3}$$

$$= -\frac{x-3y^2}{(x+y^2)^3} \quad \left(= \frac{3y^2-x}{(x+y^2)^3} \right)$$

$$z_y = \frac{\left\{\frac{\partial}{\partial y}y\right\} \times (x+y^2) - y \times \left\{\frac{\partial}{\partial y}(x+y^2)\right\}}{(x+y^2)^2} = \frac{1 \times (x+y^2) - y \times 2y}{(x+y^2)^2} = \frac{x-y^2}{(x+y^2)^2}$$

$$\Rightarrow \quad z_{yx} = \frac{\left\{\frac{\partial}{\partial x}(x-y^2)\right\} \times (x+y^2)^2 - (x-y^2) \times \left\{\frac{\partial}{\partial x}(x+y^2)^2\right\}}{(x+y^2)^4}$$

$$= \frac{1 \times (x+y^2)^2 - (x-y^2) \times \{2(x+y^2) \times 1\}}{(x+y^2)^4}$$

$$= \frac{(x+y^2) - (x-y^2) \times 2}{(x+y^2)^3} = \frac{x+y^2-2x+2y^2}{(x+y^2)^3}$$

$$= \frac{-x+3y^2}{(x+y^2)^3} = -\frac{x-3y^2}{(x+y^2)^3}$$

のようにどちらの問題も $z_{xy} = z_{yx}$ が成立している。

資料置場

https://www.gen.kanagawa-it.ac.jp/takeda/class/

2019年度 解析学Ⅱ　小テスト解答用紙

2019.10.11

・全微分と接平面の方程式

関数 $z = (2x^2 - 4xy + y^3)^3$ としたとき、次を求めよ

1) 偏導関数 z_x, z_y と全微分 dz を求めよ。
2) 点 $(1, 0, f(1, 0))$ における接平面を求めよ。
3) 第2次偏導関数 z_{xx}, z_{xy}, z_{yy} の内、1つ求めよ。

<table>
<tr><td rowspan="2">2019年度神奈川工科大学
解析学 Ⅱ
演習問題</td><td>学科</td><td>学年</td><td>組</td><td>学　籍　番　号</td><td>氏　　　名</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

提出先：K3-3309号室前　18番のボックス　　提出期限：１０月１４日（月）１７時頃まで