解析学 II　　前回の解答例　　2019. 9.27 分

・次の関数の導関数を求めよ

(1) $\dfrac{x^3-3x+1}{x-2}$

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{x^3-3x+1}{x-2}\right)' &= \frac{(x^3-3x+1)'\times(x-2)-(x^3-3x+1)\times(x-2)'}{(x-2)^2} \\
&= \frac{(3x^2-3)\times(x-2)-(x^3-3x+1)\times 1}{(x-2)^2} \\
&= \frac{(3x^3-6x^2-3x+6)-(x^3-3x+1)}{(x-2)^2} \\
&= \frac{2x^3-6x^2+5}{(x-2)^2}
\end{aligned}
$$

(2) $\cos(2x^2-3)$

$$
\begin{aligned}
\Big\{\cos(2x^2-3)\Big\}' &= \Big\{-\sin(2x^2-3)\Big\}\times(2x^2-3)' \\
&= \Big\{-\sin(2x^2-3)\Big\}\times 4x \\
&= -4x\sin(2x^2-3)
\end{aligned}
$$

(3) $(3x-1)^5$

$$
\begin{aligned}
\Big\{(3x-1)^5\Big\}' &= \Big\{5(3x-1)^4\Big\}\times(3x-1)' = 5(3x-1)^4\times 3 \\
&= 15(3x-1)^4
\end{aligned}
$$

・次の関数を変数 x と y についてそれぞれ偏導関数 z_x, z_y を計算せよ。

(4) $z = x^4-5x^3y^2+y^5$

x で偏微分する場合

$$
\begin{aligned}
z_x &= \frac{\partial}{\partial x}\left(x^4-5x^3y^2+y^5\right) \\
&= \left(\frac{\partial}{\partial x}x^4\right)-5y^2\times\left(\frac{\partial}{\partial x}x^3\right)+y^5\times\left(\frac{\partial}{\partial x}1\right) \\
&= 4x^3-5y^2\times 3x^2+y^5\times 0 \\
&= 4x^3-15x^2y^2
\end{aligned}
$$

y で偏微分する場合

$$
\begin{aligned}
z_y &= \frac{\partial}{\partial y}\left(x^4-5x^3y^2+y^5\right) \\
&= x^4\times\left(\frac{\partial}{\partial y}1\right)-5x^3\times\left(\frac{\partial}{\partial y}y^2\right)+\left(\frac{\partial}{\partial y}y^5\right) \\
&= x^4\times 0-5x^3\times 2y+5y^4 \\
&= -10x^3y+5y^4
\end{aligned}
$$

(5) $z=x^2y-\dfrac{8x^2}{y}+\dfrac{2}{x^3y^4}=x^2y-8x^2y^{-1}+2x^{-3}y^{-4}$

x で偏微分する場合

$$
\begin{aligned}
z_x &= \frac{\partial}{\partial x}\left(x^2y-8x^2y^{-1}+2x^{-3}y^{-4}\right) \\
&= y\times\left(\frac{\partial}{\partial x}x^2\right)-8y^{-1}\times\left(\frac{\partial}{\partial x}x^2\right)+2y^{-4}\times\left(\frac{\partial}{\partial x}x^{-3}\right) \\
&= y\times 2x-8y^{-1}\times 2x+2y^{-4}\times(-3\times^{-4}) \\
&= 2xy-16xy^{-1}-6x^{-4}y^{-4}=2xy-\frac{16x}{y}-\frac{6}{x^4y^4}
\end{aligned}
$$

y で偏微分する場合

$$
\begin{aligned}
z_y &= \frac{\partial}{\partial y}\left(x^2y-8x^2y^{-1}+2x^{-3}y^{-4}\right) \\
&= x^2\times\left(\frac{\partial}{\partial y}y\right)-8x^2\times\left(\frac{\partial}{\partial y}y^{-1}\right)+2x^{-3}\left(\frac{\partial}{\partial y}y^{-4}\right) \\
&= x^2\times 1-8x^2\times(-y^{-2})+2x^{-3}\times(-4y^{-5}) \\
&= x^2+8x^2y^{-2}-8x^{-3}y^{-5}=x^2+\frac{8x^2}{y^2}-\frac{8}{x^3y^5}
\end{aligned}
$$

(6) $z=(x^3-5xy-2y^2)^4$

x で偏微分する場合

$t=x^3-5xy-2y^2$ と置くと t^4 なので、形式的な微分は $4t^3 \ \Rightarrow\ 4(x^3-5xy-2y^2)^3$
中身の偏微分は $3x^2-5y$ であるから（$-2y^2$ は x がないので微分すると 0）
合成関数の微分を使って

$$z_x=4(x^3-5xy-2y^2)^3(3x^2-5y)$$

y で偏微分する場合

中身の偏微分は $-5x-4y$ であるから（x^3 は y がないので微分すると 0）
合成関数の微分を使って

$$z_y=4(x^3-5xy-2y^2)^3(-5x-4y)$$

結果については 4 を括弧の中に入れたりして

$$
\begin{aligned}
z_x &= (12x^2-20y)(x^3-5xy-2y^2)^3 \\
z_y &= -(20x+16y)(x^3-5xy-2y^2)^3
\end{aligned}
$$

と書いてもかまわない。（試験の際は同じ結果であるか確認するのでどれでも OK）

≪演習の提出について≫

演習は基本的にＫ３号館３３０９教室前のレポート入れに期限内に入れること。その際、場所（18 番のボックス：確率統計 S と共通）を間違えないようにしてください。

資料置場

https://www.gen.kanagawa-it.ac.jp/takeda/class/

2019年度 解析学Ⅱ　小テスト解答用紙

2019.10. 4

・高次偏導関数

次の関数が $z_{xy} = z_{yx}$ であることを確かめよ（$z_x \to z_{xy}$, $z_y \to z_{yx}$ の計算の途中式を書くこと）

(1) $z = 4x^3y - 5x^3y^{-2} - 4y^3$　　(2) $z = \dfrac{y}{x + y^2}$

2019年度神奈川工科大学 解析学 Ⅱ 演習問題	学科	学年	組	学　籍　番　号	氏　　　名	

提出先：K3-3309号室前　18番のボックス　　提出期限：１０月　7日（月）１７時頃まで