

## ・無限級数の収束

次の無限級数の収束・発散をダランベールの判定法を用いて判定せよ。

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{8^n}$$

一般項は  $a_n = \frac{n!}{8^n}$  である。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{(n+1)!}{8^{n+1}}}{\frac{n!}{8^n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{8} = \infty$$

であるから、ダランベールの判定法を用いると発散する。

この無限級数については、もともと

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{8^n} = \infty$$

と  $a_n$  が 0 に収束していないので、ダランベールの判定法を使わなくても収束しないことが証明できる。

$$(2) \sum_{n=1}^{\infty} na^{2n} \quad (0 < a)$$

一般項は  $a_n = na^{2n}$  である。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)a^{2(n+1)}}{na^{2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} \times a^2 = a^2$$

であるから、ダランベールの判定法を用いると  $0 < a^2 < 1$  のとき収束し、 $1 < a^2$  のとき発散する。また、 $a^2 = 1$  のときは  $\sum_{n=1}^{\infty} n$  なので、明らかに発散する。以上まとめると、 $|a| < 1$  のとき収束し、 $1 \leq |a|$  のとき発散する。

ちなみにこの無限級数は値を求めることが可能で、

$$\sum_{n=1}^{\infty} na^{2n} = \sum_{n=1}^{\infty} n \times (a^2)^n = \frac{a^2}{(1-a^2)^2} \quad (-1 < a < 1)$$

である。

## 資料置場

<https://www.gen.kanagawa-it.ac.jp/takeda/class/>

## ・べき級数の収束半径

次のべき級数の収束半径をダランベールの定理を用いて求めよ。

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n} x^n \quad (2) \sum_{n=0}^{\infty} (3n)^3 x^n$$

2019年度神奈川工科大学 微分積分学Ⅱ－d 演習問題	学科	学年	組	学 籍 番 号	氏 名	

提出先：K3-3309号室前 16番のボックス 提出期限： 1月 9日（木）17時頃まで