

$x^2 + 2y^2 - 12 = 0$ の条件のもとで、 $5x + 2y$ の値の最大値をとる点の候補を求めよ。

- (1) ラグランジュの未定係数法を用いるために $F(x, y, \lambda)$ を求める

$$F(x, y, \lambda) = (5x + 2y) - \lambda(x^2 + 2y^2 - 12)$$

- (2) $F_x(x, y, \lambda), F_y(x, y, \lambda)$ を求める。

$$F_x(x, y, \lambda) = 5 - \lambda(2x), \quad F_y(x, y, \lambda) = 2 - \lambda(4y), \quad F_\lambda(x, y, \lambda) = -(x^2 + 2y^2 - 12)$$

- (3) $F_x(x, y, \lambda) = 0, F_y(x, y, \lambda) = 0$ を同時に満たす x, y の関係式を求めよ。

$$4y \times F_x - 2x \times F_y = 20y - 4x = 0 \quad \text{なので、} \quad x = 5y$$

- (4) (3) で求めた関係式を元の条件に代入して極値の候補を求めよ

$$(5y)^2 + 2y^2 - 12 = 0 \Rightarrow 27y^2 = 12 \Rightarrow y^2 = \frac{4}{9} \quad \text{なので、} \quad y = \pm \frac{2}{3}$$

$$x = 5y \quad \text{なので、} \quad \left(\frac{10}{3}, \frac{2}{3}\right), \quad \left(-\frac{10}{3}, -\frac{2}{3}\right) \quad \text{の 2 点が候補となる。}$$

《発展》

- (5) すべての極値の候補を $5x + 2y$ に代入して最大値をとる点の候補を求める
 $5x + 2y$ に候補の点を代入して値を求めると

$$\left\langle \left(\frac{10}{3}, \frac{2}{3}\right) \text{ のとき} \right\rangle \quad 5x + 2y = \frac{50}{3} + \frac{4}{3} = \frac{54}{3} = 18$$

$$\left\langle \left(-\frac{10}{3}, -\frac{2}{3}\right) \text{ のとき} \right\rangle \quad 5x + 2y = -\frac{50}{3} - \frac{4}{3} = -\frac{54}{3} = -18$$

なので、最大値は $\left(\frac{10}{3}, \frac{2}{3}\right)$ のとき $5x + 2y = 18$ と考えられる。

実際にグラフを書いてみると正しいことがわかる。

(ちなみに最小値は $\left(-\frac{10}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ のとき $4x + y = -18$)

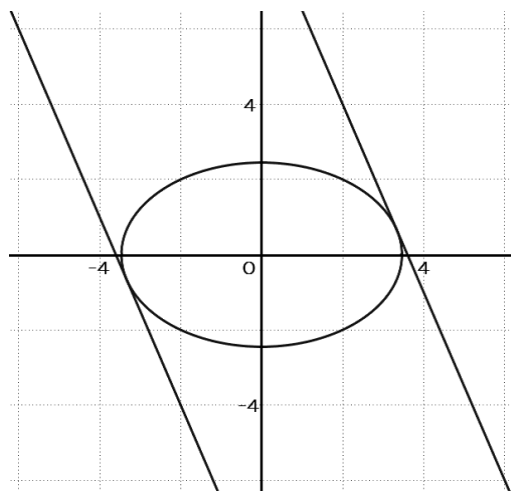


図 1 : $x^2 + 2y^2 - 12 = 0$ (楕円) のグラフと $5x + 2y = 18$, $5x + 2y = -18$ のグラフ

資料 (主に解答と演習問題) の置き場

<https://www.gen.kanagawa-it.ac.jp/takeda/class/>

演習の紙をなくした場合は、上記ページからダウンロードして印刷し、提出すること。

(提出先はレポートBOXまたは授業の際に提出)

・ラグランジュの未定係数法2

$x^2 + 4y^2 - 8 = 0$ の条件のもとで、 $x^2 - 2y$ の最大値・最小値を取る点の候補を、次の設問にしたがって求めよ。

- (1) ラグランジュの未定係数法を用いるために $F(x, y, \lambda)$ を求める
- (2) $F_x(x, y, \lambda), F_y(x, y, \lambda)$ を求める。
- (3) $F_x(x, y, \lambda) = 0, F_y(x, y, \lambda) = 0$ を同時に満たす x, y の関係式を求めよ。
- (4) (3) で求めた関係式を元の条件に代入して最大値・最小値の候補を求めよ

2019年度神奈川工科大学 微分積分学Ⅱ－d 演習問題	学科	学年	組	学 籍 番 号	氏 名	

提出先：K3-3309号室前 16番のボックス 提出期限：11月 6日（水）17時頃まで