

・ 合成関数の偏微分

・ 関数 $z = x^3 y^5$ を極座標変換 $\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases}$ したときに、合成関数の偏微分が成立しているか確かめよ。

(変換してから偏微分) 関数を極座標変換すると $z = r^8 \cos^3 \theta \sin^5 \theta$ である。

【 r での偏微分】 $\cos^3 \theta \sin^5 \theta$ が定数扱いなので、 r^8 のみ偏微分すればよい

$$z_r = \left(\frac{\partial}{\partial r} r^8 \right) \times \cos^3 \theta \sin^5 \theta = 8r^7 \cos^3 \theta \sin^5 \theta$$

【 θ での偏微分】 r^8 が定数扱いなので、 $\cos^3 \theta \sin^5 \theta$ のみ偏微分すればよい

$$\begin{aligned} z_\theta &= r^8 \times \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} (\cos^3 \theta \sin^5 \theta) \right\} \\ &= r^8 \left\{ \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \cos^3 \theta \right) \sin^5 \theta + \cos^3 \theta \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \sin^5 \theta \right) \right\} \\ &= r^8 \left\{ 3 \cos^2 \theta \times (-\sin \theta) \right\} \sin^5 \theta + r^8 \cos^3 \theta \left(5 \sin^4 \theta \times \cos \theta \right) \\ &= -3r^8 \cos^2 \theta \sin^6 \theta + 5r^8 \cos^4 \theta \sin^4 \theta \end{aligned}$$

(公式を使った偏微分)

$z_x = 3x^2 y^5$, $z_y = 5x^3 y^4$, $x_r = \cos \theta$, $x_\theta = -r \sin \theta$, $y_r = \sin \theta$, $y_\theta = r \cos \theta$ なので、公式を使うと

$$\begin{aligned} z_r &= z_x x_r + z_y y_r \\ &= \left(3r^7 \cos^2 \theta \sin^5 \theta \right) \times \left(\cos \theta \right) + \left(5r^7 \cos^3 \theta \sin^4 \theta \right) \times \left(\sin \theta \right) \\ &= 3r^7 \cos^3 \theta \sin^5 \theta + 5r^7 \cos^3 \theta \sin^5 \theta = 8r^7 \cos^3 \theta \sin^5 \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_\theta &= z_x x_\theta + z_y y_\theta \\ &= \left(3r^7 \cos^2 \theta \sin^5 \theta \right) \times \left(-r \sin \theta \right) + \left(5r^7 \cos^3 \theta \sin^4 \theta \right) \times \left(r \cos \theta \right) \\ &= -3r^8 \cos^2 \theta \sin^6 \theta + 5r^8 \cos^4 \theta \sin^4 \theta \end{aligned}$$

よって、どちらの方法を使っても同じ結果である。

資料置場

<https://www.gen.kanagawa-it.ac.jp/takeda/class/>

・ 1 変数のテイラーの定理（復習）

$f(x) = \sqrt[3]{x+1} = (x+1)^{\frac{1}{3}}$ のマクローリン展開において x^3 の項までの和

$$f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3$$

を求め、 $x = -0.1$ を代入して $\sqrt[3]{0.9} = 0.9654893846\dots$ の近似値を電卓を使って求めよ。

2019年度神奈川工科大学 微分積分学Ⅱ－d 演習問題	学科	学年	組	学 籍 番 号	氏 名	

提出先：K3-3309号室前 16番のボックス 提出期限：10月10日（木）17時頃まで