

## (1) 基本的な微分

この授業では簡単な関数（多項式、指数関数、対数関数、三角関数等）の導関数を計算している。一覧を下記に記すと

$$\begin{aligned}(x^n)' &= nx^{n-1} && (n \text{ は任意の実数}) \\(e^x)' &= e^x \\(a^x)' &= a^x \cdot \log a && (a \text{ は正の実数}) \\(\log x)' &= \frac{1}{x} && (x > 0) \\(\log_a x)' &= \frac{1}{x \log a} && (x > 0 \text{ および } a \text{ は正の実数}) \\(\sin x)' &= \cos x \\(\cos x)' &= -\sin x \\(\tan x)' &= \frac{1}{\cos^2 x}\end{aligned}$$

この他に逆三角関数の導関数もあるが、期末テストの試験範囲からは除外する。

## (2) 積と商の微分&amp;合成関数の微分 (超重要)

(1) で挙げた関数を組み合わせた関数の導関数を求めるためには、和・差・積・商の微分と合成関数の微分（場合によっては逆関数の微分）の計算ができることは重要である。

微分可能な2つの関数  $f(x), g(x)$  の和・差・積・商の微分については次の公式によって簡単に求めることができる。

a) 和&差：  $(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$  （復号同順）

b) 積：  $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

c) 商：  $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$

例題. 次の関数の導関数を求めよ

1)  $((x^2 + x + 1)(3x - 2))'$

$$\begin{aligned}((x^2 + x + 1)(3x - 2))' &= ((x^2 + x + 1)')(3x - 2) + (x^2 + x + 1)((3x - 2)') \\ &= (2x + 1)(3x - 2) + (x^2 + x + 1) \times 3 \\ &= (2x + 1)(3x - 2) + 3(x^2 + x + 1) \quad (\leftarrow \text{ここまで整理できていれば正解とする}) \\ &= 6x^2 - x - 2 + 3x^2 + 3x + 3 = 9x^2 + 2x + 1\end{aligned}$$

2)  $\left(\frac{x+2}{x^3-1}\right)'$

$$\begin{aligned}\left(\frac{x+2}{x^3-1}\right)' &= \frac{(x+2)' \times (x^3-1) - (x+2) \times (x^3-1)'}{(x^3-1)^2} \\ &= \frac{1 \times (x^3-1) - (x+2) \times 3x^2}{(x^3-1)^2} \quad (\leftarrow \text{分子の括弧ははずして整理すること}) \\ &= \frac{x^3-1-3x^3-6x^2}{(x^3-1)^2} = \frac{-2x^3-6x^2-1}{(x^3-1)^2} \quad (\leftarrow \text{ここまで整理できて正解とする})\end{aligned}$$

合成関数  $f(g(x))$  の微分は

$$\text{合成関数 : } (f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x) \quad [\text{形の微分} \times \text{中身の微分}]$$

例題. 次の関数の導関数を求めよ

1)  $(x^2 + 3)^2$  の微分

$t = x^2 + 3$  とすると、(形)  $t^2 \xrightarrow{\text{微分}} 2t$  (中身)  $x^2 + 3 \xrightarrow{\text{微分}} 2x$  となるので、

$$((x^2 + 3)^2)' = \underbrace{2(x^2 + 3)}_{\text{形式的な微分}} \times \underbrace{(2x)}_{\text{中身の微分}} = 4x(x^2 + 3) = 4x^3 + 12x$$

2)  $\log(5x^2 + 3)$  の微分

$t = 5x^2 + 3$  とすると、(形)  $\log t \xrightarrow{\text{微分}} \frac{1}{t}$  (中身)  $5x^2 + 3 \xrightarrow{\text{微分}} 10x$  となるので、

$$(\log(5x^2 + 3))' = \underbrace{\frac{1}{5x^2 + 3}}_{\text{形式的な微分}} \times \underbrace{(10x)}_{\text{中身の微分}} = \frac{10x}{5x^2 + 3}$$

## ・ 微分の復習

次の関数の導関数を求めよ

(1)  $3x^5 - 5x - \frac{3}{x^3}$

(2)  $\frac{x^3 - 3x + 1}{x - 3}$

(3)  $\cos(2x^2 - 3x)$

(4)  $(3 - 4x)^6$

2019年度神奈川工科大学 微分積分学Ⅱ－d 演習問題	学科	学年	組	学籍番号	氏名	

提出先：K3-3309号室前 16番のボックス 提出期限：9月25日（水）授業開始まで