

線形代数学 II-基礎 (機械工学科 1年 2組)

持ち込み不可 (11/1/24 2限)

[1] 2 次実対称行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ について 次の問に答えよ .

i) A の固有値をすべて求めよ .

ii) i) で求めた固有値の固有空間を求めよ .

iii) tPAP が対角行列になるような直交行列 P および tPAP を求めよ .

[2] 3 次行列 $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ について次の問いに答えよ .

i) A の固有値をすべて求めよ .

ii) i) で求めた固有値の固有空間を求めよ .

[3] $\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ a \end{pmatrix}$ で生成される \mathbb{R}^3 の部分空間 V について次の問いに答えよ . 但し , a は定数とする .

i) V の基底が $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ になるように定数 a を定めよ .

ii) i) のとき , \mathbf{a}_3 の基底 $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ に関する座標を求めよ .

[4] \mathbb{R}^3 の部分空間 $V = \langle \mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \rangle$ の正規直交基底をシュミットの直交化を使って求めよ .