

・ 母分散が未知の場合の区間推定

母集団が母分散未知の正規分布に従うとき、7つのデータ

52.3, 55.9, 65.3, 53.9, 61.2, 50.1, 59.6

が与えられたときの母平均 μ の 95%信頼区間を次の通り求めよ。

(1) 関数電卓を使い標本平均 \bar{x} , 標本分散 s^2 , 標本標準偏差 s を求めよ。

標本平均 \bar{x} と標本分散 s^2 を求めると、

$$\bar{x} = \frac{52.3 + 55.9 + 65.3 + 53.9 + 61.2 + 50.1 + 59.6}{7} = \frac{398.3}{7} = 56.9$$

$$s^2 = \frac{1}{7-1} (22837.01 - 7 \times 56.9^2) = \frac{173.74}{6} = 28.9566 \dots = 29.0$$

$$(s = 5.3811 \dots = 5.381)$$

(2) t 分布の表を用いて母分散が未知の場合の 95%信頼区間を求めよ。

母分散が未知なので T を使って変換すると

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

は自由度 $(n-1) = 6$ の t 分布に従うので、 $P(-\varepsilon \leq T \leq \varepsilon) = 0.95 = 1 - 0.05$ となる ε は 2.4469 である。つまり信頼区間は

$$-2.4469 \leq \frac{56.9 - \mu}{\frac{5.381}{\sqrt{7}}} \leq 2.4469$$

を満たせばよいので、この不等式を μ について解くと、

$$-2.4469 \times \frac{5.381}{\sqrt{7}} \leq 56.9 - \mu \leq 2.4469 \times \frac{5.381}{\sqrt{7}}$$

$$56.9 - 2.4469 \times \frac{5.381}{\sqrt{7}} \leq \mu \leq 56.9 + 2.4469 \times \frac{5.381}{\sqrt{7}}$$

$$56.9 - 4.9765 \dots \leq \mu \leq 56.9 + 4.9765 \dots$$

$$51.923 \dots \leq \mu \leq 61.876 \dots$$

となる。したがって、有効数字3桁で答えると $51.9 \leq \mu \leq 61.9$ または $[51.9, 61.9]$ となる。

注) 途中計算は有効数字より1~2桁多めに計算した方がよい。

資料置場

<https://www.gen.kanagawa-it.ac.jp/takeda/class/>