解析学 II　　前回の解答例　　2019.12.20 分

次の重積分の計算をせよ。

$$\iint\limits_{\substack{0 \leqq x^2+y^2 \leqq 2^2 \\ 0 \leqq x \\ 0 \leqq y}} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\,dxdy$$

この重積分の被積分関数は原点 $(0,0)$ のみ定義できない。極座標変換した場合 $r=0$ の点で定義できないので、次のように計算する。

$$\begin{aligned}
\iint\limits_{\substack{0 \leqq x^2+y^2 \leqq 2^2 \\ 0 \leqq x \\ 0 \leqq y}} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\,dxdy &= \iint\limits_{\substack{0 \leqq r \leqq 2 \\ 0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}}} \frac{r\cos\theta}{\sqrt{(r\cos\theta)^2+(r\sin\theta)^2}} \times r\,drd\theta \\
&= \lim_{\varepsilon \to +0} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \int_{\varepsilon}^{2} r\cos\theta\,dr \right\} d\theta \\
&= \lim_{\varepsilon \to +0} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \left[\frac{1}{2} r^2 \cos\theta \right]_{r=\varepsilon}^{r=2} \right\} d\theta \\
&= \lim_{\varepsilon \to +0} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2}(4-\varepsilon^2)\cos\theta \right) d\theta \\
&= \lim_{\varepsilon \to +0} \left[\frac{1}{2}(4-\varepsilon^2)\sin\theta \right]_0^{\frac{\pi}{2}} \\
&= \lim_{\varepsilon \to +0} \frac{1}{2}(4-\varepsilon^2) = 2
\end{aligned}$$

資料置場

`https://www.gen.kanagawa-it.ac.jp/takeda/class/`

2019年度 解析学Ⅱ　小テスト解答用紙

2020. 1.10

・重積分の応用（３重積分・曲線の長さ）

1) ３重積分 $\displaystyle\iiint_{\substack{1 \leqq x \leqq 2 \\ -1 \leqq y \leqq 2 \\ -2 \leqq z \leqq 2}} (4xy - 3z^2)\, dxdydz$ を $z \to y \to x$ の順に積分せよ。

2) 曲線 $f(x) = \dfrac{2}{3} x^{\frac{3}{2}}$ $(0 \leqq x \leqq 3)$ の長さを求めよ。

2019年度神奈川工科大学 解析学 Ⅱ 演習問題	学科	学年	組	学　籍　番　号	氏　　　　名	

提出先：K3-3309号室前　18番のボックス　　提出期限：　１月１５日（水）昼休みまで