

関数  $z = (2x^2 - 4xy + y^3)^3$  としたとき、次を求めよ

- 1) 偏導関数  $z_x, z_y$  と全微分  $dz$  を求めよ。

《偏微分》

$$z_x = 3(2x^2 - 4xy + y^3)^2 \times (4x - 4y) = 3(4x - 4y)(2x^2 - 4xy + y^3)^2$$

$$z_y = 3(2x^2 - 4xy + y^3)^2 \times (-4x + 3y^2) = 3(-4x + 3y^2)(2x^2 - 4xy + y^3)^2$$

《全微分》 偏微分の結果を使って

$$dz = \{3(4x - 4y)(2x^2 - 4xy + y^3)^2\}dx + \{3(-4x + 3y^2)(2x^2 - 4xy + y^3)^2\}dy$$

- 2) 点  $(1, 0, f(1, 0))$  における接平面を求めよ。

偏微分の結果を用いて  $x$  方向と  $y$  方向の傾きを求めると

$$x \text{ 方向} : 3 \times (4) \times (2)^2 = 48$$

$$y \text{ 方向} : 3 \times (-4) \times (2)^2 = -48$$

さらに接平面の接点の  $z$  座標は

$$(2)^3 = 8$$

である。よって接平面の方程式  $z = 48x - 48y + c$  は

$$8 = 48 \times 1 - 48 \times 0 + c \Rightarrow c = 8 - 48 = -40$$

より  $z = 48x - 48y - 40$  である。

- 3) 第 2 次偏導関数  $z_{xx}, z_{xy}, z_{yy}$  の内、1 つ求めよ。

偏導関数を

$$z_x = 3(4x - 4y) \times (2x^2 - 4xy + y^3)^2$$

$$z_y = 3(-4x + 3y^2) \times (2x^2 - 4xy + y^3)^2$$

と考えて、積の微分と合成関数の微分を適用して

$$\begin{aligned} z_{xx} &= 3 \times (4) \times (2x^2 - 4xy + y^3)^2 + 3(4x - 4y) \times 2(2x^2 - 4xy + y^3) \times (4x - 4y) \\ &= 12(2x^2 - 4xy + y^3)^2 + 6(4x - 4y)^2(2x^2 - 4xy + y^3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{xy} &= 3 \times (-4) \times (2x^2 - 4xy + y^3)^2 + 3(4x - 4y) \times 2(2x^2 - 4xy + y^3) \times (-4x + 3y^2) \\ &= -12(2x^2 - 4xy + y^3)^2 + 6(4x - 4y)(-4x + 3y^2)(2x^2 - 4xy + y^3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{yy} &= 3 \times (6y) \times (2x^2 - 4xy + y^3)^2 + 3(-4x + 3y^2) \times 2(2x^2 - 4xy + y^3) \times (-4x + 3y^2) \\ &= 18y(2x^2 - 4xy + y^3)^2 + 6(-4x + 3y^2)^2(2x^2 - 4xy + y^3) \end{aligned}$$

資料置場

<https://www.gen.kanagawa-it.ac.jp/takeda/class/>

## ・ 2変数関数のテイラーの定理

関数  $f(x, y) = e^{2x} \sin y$  を3次の項までマクローリン展開せよ。(例題6.9を参照にすること)  
また、その結果に  $x = -0.1$ ,  $y = -0.1$  を代入して  $e^{-0.2} \sin 0.1 = -0.08173668839360 \dots$   
と比較せよ。

2019年度神奈川工科大学 解析学Ⅱ 演習問題	学科	学年	組	学 籍 番 号	氏 名	

提出先：K3-3309号室前 18番のボックス 提出期限：10月21日(月)17時頃まで