

次のべき級数の収束半径をダランベールの定理を用いて求めよ。

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n} x^n \quad f(x) = -\log(1+2x) \text{ のマクローリン展開}$$

ダランベールの定理を使うと

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\frac{(-2)^n}{n}}{\frac{(-2)^{n+1}}{n+1}} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{n} \times \frac{n+1}{2^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{n}}{2} = \frac{1}{2}$$

であるから、収束半径は $R = \frac{1}{2}$ である。

$$(2) \sum_{n=0}^{\infty} (3n)^3 x^n$$

ダランベールの定理を使うと

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{(3n)^3}{\{3(n+1)\}^3} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^3 \times n^3}{3^3 \times (n+1)^3} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{n^3 + 3n^2 + 3n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + \frac{3}{n} + \frac{3}{n^2} + \frac{1}{n^3}} = 1 \end{aligned}$$

であるから、収束半径は $R = 1$ である。

資料置場

<https://www.gen.kanagawa-it.ac.jp/takeda/class/>

・ 項別微分

1. $f(x) = \frac{1}{1+x}$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

2. $f(x) = \frac{1}{1+x}$ のマクローリン展開は $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n$ である。項別微分を使って $f'(x)$ のマクローリン展開の結果とその収束半径を求めよ。

2019年度神奈川工科大学 微分積分学Ⅱ－d 演習問題	学科	学年	組	学 籍 番 号	氏 名	

提出先：K3-3309号室前 16番のボックス 提出期限： 1月16日（木）17時頃まで