微分積分学 II-d　V 科　前回の解答例　2019.12.23 分

・数列と級数の復習

1．初項 9、公比 $-\dfrac{1}{3}$ の等比数列の初項から第 7 項までの和を求めよ。

　等比数列の一般項は $a_n = 9 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ なので初項から第 7 項までの和は

$$\sum_{k=1}^{7} 9 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^{k-1} = \frac{9\{1-(-\frac{1}{3})^7\}}{1-\left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{9 \times \left(\frac{2188}{2187}\right)}{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{2188}{243}}{\frac{4}{3}} = \frac{547}{81}$$

これぐらいの和であれば、定理を使わずに

$$9 - 3 + 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \frac{1}{81} = \frac{729 - 243 + 81 - 27 + 9 - 3 + 1}{81} = \frac{547}{81}$$

と求めることも可能である。

2．初項 3、公差 7 の等差数列の第 11 項から第 37 項までの和を求めよ。

　等差数列の一般項は $a_n = 3 + (n-1) \times 7 = 7n - 4$ なので第 11 項 (73) から第 37 項 (255) までの和は

$$\begin{aligned}
\sum_{k=11}^{37}(7k-4) &= \sum_{k=1}^{37}(7k-4) - \sum_{k=1}^{10}(7k-4) \\
&= 7\sum_{k=1}^{37} k - \sum_{k=1}^{37} 4 - 7\sum_{k=1}^{10} k + \sum_{k=1}^{10} 4 \\
&= 7 \times \frac{37 \times 38}{2} - 4 \times 37 - 7 \times \frac{10 \times 11}{2} + 4 \times 10 \\
&= 4921 - 148 - 385 + 40 = 4428
\end{aligned}$$

3．初項 8、公比 $-\dfrac{5}{9}$ の等比数列の無限級数の収束・発散を判定し、
収束する場合その値を求めよ。

　等比数列の一般項は $a_n = 8 \times \left(-\frac{5}{9}\right)^{n-1}$ で、$|r| < 1$ であるから無限級数の値は収束する。実際に和を計算すると

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^{\infty} 8 \times \left(-\frac{5}{9}\right)^{k-1} &= \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} 8 \times \left(-\frac{5}{9}\right)^{k-1} \\
&= \lim_{n\to\infty} \frac{8\{1-(-\frac{5}{9})^n\}}{1-\left(-\frac{5}{9}\right)} = \frac{8(1-0)}{\frac{14}{9}} = \frac{72}{14} = \frac{36}{7}
\end{aligned}$$

もしくは直接公式を使って

$$\sum_{k=1}^{\infty} 8 \times \left(-\frac{5}{9}\right)^{k-1} = \frac{8}{1-(-\frac{5}{9})} = \frac{72}{9+5} = \frac{72}{14} = \frac{36}{7}$$

と求めても良い。

資料置場

https://www.gen.kanagawa-it.ac.jp/takeda/class/

2019年度 微分積分学Ⅱ－d　小テスト解答用紙　2020. 1. 7

・ダランベールの判定法を用いた収束・発散の判定

・次の無限級数の収束・発散をダランベールの判定法を用いて判定せよ。

(1) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{8^n}$　　(2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}na^{2n}$

(2) は a の値によって収束・発散を場合分けすること。

2019年度神奈川工科大学 微分積分学Ⅱ－d 演習問題	学科	学年	組	学　籍　番　号	氏　　　名	

提出先：K3-3309号室前　16番のボックス　　提出期限：　1月　8日（水）授業開始まで