微分積分学 Ⅱ-d　　Ｖ科　　前回の解答例　　2019.12.18 分

１．重積分の復習

次の重積分の積分領域 D を簡単に図示し、積分の値を求めよ。

(1)
$$\iint\limits_{\substack{0 \leqq x+3y \leqq 6 \\ 0 \leqq x \\ 0 \leqq y \leqq 1}} (4x-5y)\,dxdy = \int_0^1 \left\{ \int_0^{6-3y} (4x-5y)\,dx \right\} dy$$
$$= \int_0^1 \left\{ \Big[2x^2 - 5xy \Big]_0^{6-3y} \right\} dy = \int_0^1 \big\{ 2(6-3y)^2 - 5(6-3y)y \big\}\, dy$$
$$= \int_0^1 (33y^2 - 102y + 72)\,dy = \Big[11y^3 - 51y^2 + 72 \Big]_0^1$$
$$= 11 - 51 + 72 = 32$$

もし、逆順（$y \to x$）に積分した場合

$$\iint\limits_{\substack{0 \leqq x+3y \leqq 6 \\ 0 \leqq x \\ 0 \leqq y \leqq 1}} (4x-5y)\,dxdy = \int_0^3 \left\{ \int_0^1 (4x-5y)\,dy \right\} dx + \int_3^6 \left\{ \int_0^{2-\frac{x}{3}} (4x-5y)\,dy \right\} dx$$
$$= \int_0^3 \left\{ \Big[4xy - \frac{5}{2}y^2 \Big]_{y=0}^{y=1} \right\} dx + \int_3^6 \left\{ \Big[4xy - \frac{5}{2}y^2 \Big]_{y=0}^{y=2-\frac{x}{3}} \right\} dx$$
$$= \int_0^3 \left(4x - \frac{5}{2} \right) dx + \int_3^6 \left\{ 4x\left(2-\frac{x}{3}\right) - \frac{5}{2}\left(2-\frac{x}{3}\right)^2 \right\} dx$$
$$= \int_0^3 \left(4x - \frac{5}{2} \right) dx + \int_3^6 \left(-\frac{29}{18}x^2 + \frac{34}{3}x - 10 \right) dx$$
$$= \Big[2x^2 - \frac{5}{2}x \Big]_0^3 + \Big[-\frac{29}{54}x^3 + \frac{17}{3}x^2 - 10x \Big]_3^6$$
$$= \left\{ \left(18 - \frac{15}{2} \right) - (0) \right\} + \left\{ (-116 + 204 - 60) - \left(-\frac{29}{2} + 51 - 30 \right) \right\}$$
$$= \frac{21}{2} + 28 - \frac{13}{2} = 32$$

のように同じ結果になるが、途中計算は非常に多くなる。

(2)
$$\iint_{\substack{0 \leqq x^2+y^2 \leqq 4 \\ x \leqq 0 \\ 0 \leqq y}} 28x^4y\ dxdy = \iint_{\substack{0 \leqq r \leqq 2 \\ \frac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \pi}} 28 \times (r\cos\theta)^4 \times (r\sin\theta) \times r\ drd\theta$$
$$= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left\{ \int_0^2 28r^6\cos^4\theta\sin\theta\, dr \right\} d\theta = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left\{ \Big[4r^7\cos^4\theta\sin\theta \Big]_0^2 \right\} d\theta$$
$$= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 512\cos^4\theta\sin\theta\, d\theta = \int_0^{-1} 512u^4 \times \sin\theta \times \left(-\frac{1}{\sin\theta} \right) du$$
$$= \int_0^{-1} \left(-512u^4 \right) du = \left[-\frac{512}{5}u^5 \right]_0^{-1} = \frac{512}{5}$$

２．次の３重積分を $z \to x \to y$ の順に積分せよ。

$$\iiint_{\substack{-2 \leqq x \leqq 1 \\ -1 \leqq y \leqq 4 \\ 0 \leqq z \leqq 2}} (5xy - 6xz^2)\, dxdydz = \int_{-1}^{4} \left\{ \int_{-2}^{1} \left\{ \int_0^2 (5xy - 6xz^2)\, dz \right\} dx \right\} dy$$
$$= \int_{-1}^{4} \left\{ \int_{-2}^{1} \left\{ \Big[5xyz - 2xz^3 \Big]_{z=0}^{z=2} \right\} dx \right\} dy$$
$$= \int_{-1}^{4} \left\{ \int_{-2}^{1} (10xy - 16x)\ dx \right\} dy$$
$$= \int_{-1}^{4} \left\{ \Big[5x^2y - 8x^2 \Big]_{x=-2}^{x=1} \right\} dy$$
$$= \int_{-1}^{4} \{ (5y - 8) - (20y - 32) \}\ dy$$
$$= \int_{-1}^{4} (-15y + 24)\, dy$$
$$= \left[-\frac{15}{2}y^2 + 24y \right]_{-1}^{4}$$
$$= (-120 + 96) - \left(-\frac{15}{2} - 24 \right)$$
$$= -24 + \frac{15}{2} + 24 = \frac{15}{2}$$

資料置場

https://www.gen.kanagawa-it.ac.jp/takeda/class/

2019年度 微分積分学Ⅱ－d　小テスト解答用紙　2019.12.24

・数列と級数の復習

1．初項 9、公比 $-\dfrac{1}{3}$ の等比数列の初項から第 7 項までの和を求めよ。

2．初項 3、公差 7 の等差数列の第 11 項から第 37 項までの和を求めよ。

3*．初項 8、公比 $-\dfrac{5}{9}$ の等比数列の無限級数の収束・発散を判定し、
収束する場合その値を求めよ。

2019 年度神奈川工科大学 微分積分学 Ⅱ－d 演習問題	学科	学年	組	学　籍　番　号	氏　　　　名	

提出先：K3-3309 号室前　16 番のボックス　　提出期限：１月６日（月）１７時まで【時間厳守】