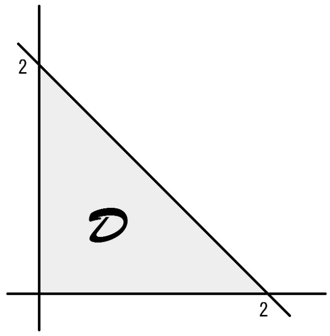
微分積分学 II-d　　V科　　前回の解答例　　　　2019.11.27 分

次の重積分の積分領域を図示し、計算せよ。

$$\iint_{\substack{0 \leqq x+y \leqq 2 \\ 0 \leqq x \\ 0 \leqq y}} (3x^2 + 4xy)\, dxdy$$



領域を図示すると右図の様な三角形になる。

従って、y の値を固定して x の値を考えると
$0 \leqq x \leqq 2-y$ となる。よって積分は

$$\begin{aligned}
\iint_{\substack{0 \leqq x+y \leqq 2 \\ 0 \leqq x, 0 \leqq y}} (3x^2 + 4xy)\, dxdy &= \int_0^2 \left\{ \int_0^{2-y} (3x^2+4xy)\, dx \right\} dy = \int_0^2 \left\{ \Big[x^3 + 2x^2 y \Big]_{x=0}^{x=2-y} \right\} dy \\
&= \int_0^2 \left((2-y)^3 + 2(2-y)^2 y \right) dy = \int_0^2 \left(8 - 4y - 2y^2 + y^3 \right) dy \\
&= \left[8y - 2y^2 - \frac{2}{3}y^3 + \frac{1}{4}y^4 \right]_0^2 = 16 - 8 - \frac{16}{3} + 4 = \frac{20}{3}
\end{aligned}$$

これとは逆に x を固定して y の値を考えると $0 \leqq y \leqq 2-x$ となるので積分は

$$\begin{aligned}
\iint_{\substack{0 \leqq x+y \leqq 2 \\ 0 \leqq x, 0 \leqq y}} (3x^2 + 4xy)\, dxdy &= \int_0^2 \left\{ \int_0^{2-x} (3x^2+4xy)\, dy \right\} dx = \int_0^2 \left\{ \Big[3x^2 y + 2xy^2 \Big]_{y=0}^{y=2-x} \right\} dx \\
&= \int_0^2 \left\{ 3x^2(2-x) + 2x(2-x)^2 \right\} dx = \int_0^2 \left(8x - 2x^2 - x^3 \right) dx \\
&= \left[4x^2 - \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 \right]_0^2 = 16 - \frac{16}{3} - 4 = \frac{20}{3}
\end{aligned}$$

したがって、$x \to y$ の順番に積分しても、$y \to x$ の順番に積分しても結果は $\dfrac{20}{3}$ である。

資料（主に解答と演習問題）の置き場

https://www.gen.kanagawa-it.ac.jp/takeda/class/

2019年度 微分積分学Ⅱ－d　小テスト解答用紙　2019.12. 3

・重積分の計算 ３（領域が台形の場合）

次の重積分の積分領域を図示し、計算せよ。

$$\iint_{\substack{0 \leqq x+y \leqq 3 \\ 0 \leqq x \\ 0 \leqq y \leqq 1}} (3x^2 - 6y)\, dxdy$$

2019年度神奈川工科大学 微分積分学Ⅱ－d 演習問題	学科	学年	組	学　籍　番　号	氏　　　名	

提出先：K3-3309号室前　16番のボックス　　提出期限：１２月　４日（水）授業開始まで