

次の重積分の積分領域を図示し、計算せよ。

$$\iint_{\substack{0 \leq x \leq 2 \\ -1 \leq y \leq 2}} (2xy - x^2y) dx dy \quad (\text{領域の図示は省略})$$

$x \rightarrow y$ の順に積分する場合、先に y を固定して x の動ける範囲を考える。 y が $-1 \leq y \leq 2$ のどこで固定しても x の動ける範囲は $0 \leq x \leq 2$ であるから、先に x について積分し、その結果を y で積分すればよい。つまり積分の計算は次のとおり

$$\begin{aligned} \iint_{\substack{0 \leq x \leq 2 \\ -1 \leq y \leq 2}} (2xy - x^2y) dx dy &= \int_{-1}^2 \left\{ \int_0^2 (2xy - x^2y) dx \right\} dy = \int_{-1}^2 \left[x^2y - \frac{1}{3}x^3y \right]_{x=0}^{x=2} dy \\ &= \int_{-1}^2 \left(4y - \frac{8}{3}y \right) dy = \int_{-1}^2 \frac{4}{3}y dy = \left[\frac{2}{3}y^2 \right]_{y=-1}^{y=2} \\ &= \frac{8}{3} - \frac{2}{3} = \frac{6}{3} = 2 \end{aligned}$$

同様に $y \rightarrow x$ の順に積分する場合、次のように積分の計算をすればよい。

$$\begin{aligned} \iint_{\substack{0 \leq x \leq 2 \\ -1 \leq y \leq 2}} (2xy - x^2y) dx dy &= \int_0^2 \left\{ \int_{-1}^2 (2xy - x^2y) dy \right\} dx = \int_0^2 \left[xy^2 - \frac{1}{2}x^2y^2 \right]_{y=-1}^{y=2} dx \\ &= \int_0^2 \left\{ (4x - 2x^2) - \left(x - \frac{1}{2}x^2 \right) \right\} dx = \int_0^2 \left(3x - \frac{3}{2}x^2 \right) dx \\ &= \left[\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x^3 \right]_{x=0}^{x=2} = (6 - 4) - (0) = 2 \end{aligned}$$

どの順で計算しても計算結果は 2 と同じ結果である。

資料置場

<https://www.gen.kanagawa-it.ac.jp/takeda/class/>

・重積分の計算 2 (領域が三角形の場合)

次の重積分の積分領域を図示し、計算せよ。

$$\iint_{\substack{0 \leq x+y \leq 2 \\ 0 \leq x \\ 0 \leq y}} (3x^2 + 4xy) dx dy$$

2019年度神奈川工科大学 微分積分学Ⅱ－d 演習問題	学科	学年	組	学 籍 番 号	氏 名	

提出先：K3-3309号室前 16番のボックス 提出期限：11月28日(木)17時頃まで