問. $x^2 - 3xy + 5y^2 - 9 = 0$ が定める陰関数において、次の問に答えよ

(1) 点 (-4,-1) における接線の方程式を求めよ。

陰関数の定理を用いて $\phi'(x)$ を求めると

$$\phi'(x) = -\frac{f_x(x,y)}{f_y(x,y)} = -\frac{2x - 3y}{-3x + 10y} = \frac{2x - 3y}{3x - 10y}$$

である。x = -4, y = -1 を代入して接線の傾きを求めると

$$\frac{-8+3}{-12+10} = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2}$$

なので、接線の方程式は点(-4,-1)を通り、傾き $\frac{5}{2}$ の直線であるから

$$y = \frac{5}{2}(x+4) - 1 \implies y = \frac{5}{2}x + 9$$

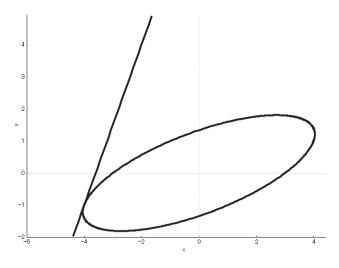
(2) 陰関数の極値を求めよ。

$$\phi'(x) = 0$$
 を満たす点は $2x - 3y = 0$ であるから、 $y = \frac{2}{3}x$ である。

この関係式を元の関数に代入すると

$$x^2 - 3 \times x \times \frac{2}{3}x + 5\left(\frac{2}{3}x\right)^2 - 9 = 0 \implies \frac{11}{9}x^2 - 9 = 0 \implies x^2 = \frac{81}{11} \implies x = \pm \frac{9}{\sqrt{11}}$$

であるから、極値をとる点の候補は $\left(\frac{9}{\sqrt{11}},\frac{6}{\sqrt{11}}\right),\left(-\frac{9}{\sqrt{11}},-\frac{6}{\sqrt{11}}\right)$, の 2 点である。



 $x^2 - 3xy + 5y^2 - 9 = 0$ と $y = \frac{5}{2}x + 9$ のグラフ

資料置場

https://www.gen.kanagawa-it.ac.jp/takeda/class/

中間試験について

中間試験は11月19日(火)3限に行う予定です。

・ラグランジュの未定係数法

 $x^2 + 2y^2 - 12 = 0$ の条件のもとで、5x + 2y の値の最大値を求めよ。

2019年度神奈川工科大学	学科	学年	組	学	籍	番	号	氏	名
微分積分学 Ⅱ-d									
演習問題									