微分積分学 Ⅱ-d　　V 科　　前回の解答例　　2019.10. 2 分

関数 $z = (x^2 - 4xy + y^3)^3$ としたとき、次を求めよ

1) 偏導関数 z_x, z_y と全微分 dz を求めよ。

まず偏微分を求めると

$$f_x(x,y) = 3(x^2 - 4xy + y^3)^2(2x - 4y) \qquad f_y(x,y) = 3(x^2 - 4xy + y^3)^2(-4x + 3y^2)$$

であるから、全微分は

$$dz = 3(x^2 - 4xy + y^3)^2(2x - 4y)dx + 3(x^2 - 4xy + y^3)^2(-4x + 3y^2)dy$$

である。

2) 点 $(1, 2, f(1,2))$ における接平面の方程式を求めよ。

x 軸方向と y 軸方向の接線の傾きは

$$f_x(1,2) = 3 \times 1^2 \times (-6) = -18 \qquad f_y(1,2) = 3 \times 1^2 \times 8 = 24$$

であるから、接平面は

$$z = -18x + 24y + \alpha$$

と表すことができる。さらに点 $(1,\ 2,\ f(1,2)) = (1,2,1)$ を通るので、

$$1 = -18 \times 1 + 24 \times 2 + \alpha \quad \Rightarrow \alpha = -29$$

であるから、接平面の方程式は $z = -18x + 24y - 29$ である。

3) 第 2 次偏導関数 z_{xx}, z_{xy}, z_{yy} の内、1 つ求めよ。

いずれも積の微分と合成関数の微分を適用することによって下記となる。

$$f_{xx}(x,y) = 6(x^2 - 4xy + y^3)(2x - 4y)^2 + 6(x^2 - 4xy + y^3)^2$$
$$\left(= 6(x^2 - 4xy + y^3)(5x^2 - 20xy + y^3 + 16y^2)\ \right)$$

$$f_{xy}(x,y) = 6(x^2 - 4xy + y^3)(2x - 4y)(-4x + 3y^2) - 12(x^2 - 4xy + y^3)^2$$
$$\left(= -12(x^2 - 4xy + y^3)(5x^2 - 3xy^2 - 12xy + 7y^3)\ \right)$$

$$f_{yy}(x,y) = 6(x^2 - 4xy + y^3)(-4x + 3y^2)^2 + 18y(x^2 - 4xy + y^3)^2$$
$$\left(= 6(x^2 - 4xy + y^3)(16x^2 + 3x^2y - 36xy^2 + 12y^4)\ \right)$$

資料置場

https://www.gen.kanagawa-it.ac.jp/takeda/class/

2019年度 微分積分学Ⅱ－d　小テスト解答用紙　2019.10. 8

・極座標変換と合成関数の偏微分

関数 $z = x^3y^5$ を極座標変換 $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$ したときに、合成関数の偏微分が成立しているか確かめよ。

<table>
<tr><td rowspan="2">2019年度神奈川工科大学
微分積分学Ⅱ－d
演習問題</td><td>学科</td><td>学年</td><td>組</td><td>学　籍　番　号</td><td>氏　　　　名</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

提出先：K3-3309号室前　16番のボックス　　提出期限：１０月　9日（水）授業開始まで