微分積分学 Ⅱ-d　V 科　前回の解答例　2019.10. 1 分

・次の関数が $z_{xy} = z_{yx}$ であることを確かめよ。

(1) $z = 3x^4y - 4x^3y^2 - 4y^3$

$$z_x = 12x^3y - 12x^2y^2 \quad \Rightarrow \quad z_{xy} = 12x^3 - 24x^2y$$
$$z_y = 3x^4 - 8x^3y - 12y^2 \quad \Rightarrow \quad z_{yx} = 12x^3 - 24x^2y$$

(2) $z = \dfrac{y}{x^2+y}$

$$z_x = y \times \left(-\frac{\frac{\partial}{\partial x}(x^2+y)}{(x^2+y)^2} \right) = -\frac{2xy}{(x^2+y)^2}$$

（分子の y は x で偏微分するときは定数扱いなので逆数の微分が使える）

$$\Rightarrow \quad z_{xy} = -\frac{\left\{\frac{\partial}{\partial y}2xy\right\} \times (x^2+y)^2 - 2xy \times \left\{\frac{\partial}{\partial y}(x^2+y)^2\right\}}{(x^2+y)^4}$$
$$= -\frac{2x \times (x^2+y)^2 - 2xy \times \{2(x^2+y) \times 1\}}{(x^2+y)^4}$$
$$= -\frac{2x(x^2+y) - 2xy \times 2}{(x^2+y)^3} = -\frac{2x^2 + 2xy - 4xy}{(x^2+y)^3}$$
$$= -\frac{2x^3 - 2xy}{(x^2+y)^3} \ \left(= -\frac{2x(x^2-y)}{(x^2+y)^3} \right)$$

$$z_y = \frac{\left\{\frac{\partial}{\partial y}y\right\} \times (x^2+y) - y \times \left\{\frac{\partial}{\partial y}(x^2+y)\right\}}{(x^2+y)^2} = \frac{1 \times (x^2+y) - y \times 1}{(x^2+y)^2} = \frac{x^2}{(x^2+y)^2}$$

$$\Rightarrow \quad z_{yx} = \frac{\left\{\frac{\partial}{\partial x}x^2\right\} \times (x^2+y)^2 - x^2 \times \left\{\frac{\partial}{\partial x}(x^2+y)^2\right\}}{(x^2+y)^4}$$
$$= \frac{2x \times (x^2+y)^2 - x^2 \times \{2(x^2+y) \times 2x\}}{(x^2+y)^4}$$
$$= \frac{2x(x^2+y) - x^2 \times 4x}{(x^2+y)^3} = \frac{2x^3 + 2xy - 4x^3}{(x^2+y)^3}$$
$$= \frac{-2x^3 + 2xy}{(x^2+y)^3} = -\frac{2x^3 - 2xy}{(x^2+y)^3}$$

のようにどちらの問題も $z_{xy} = z_{yx}$ が成立している。

資料置場

https://www.gen.kanagawa-it.ac.jp/takeda/class/

2019年度 微分積分学Ⅱ－d　小テスト解答用紙　2019.10. 2

・全微分と接平面の方程式

関数 $z = f(x, y) = (x^2 - 4xy + y^3)^3$ に対して、次の問に答えよ

1) 偏導関数 z_x, z_y と全微分 dz を求めよ。
2) 点 $(1, 2, f(1, 2))$ における接平面の方程式を求めよ。
3) 第2次偏導関数 z_{xx}, z_{xy}, z_{yy} の内、1つ求めよ。

2019年度神奈川工科大学 微分積分学Ⅱ－d 演習問題	学科	学年	組	学　籍　番　号	氏　　　名	

提出先：K3-3309号室前　16番のボックス　提出期限：１０月　3日（木）１７時頃まで