微分積分学 Ⅱ-d　　V 科　　前回の解答例　　　　　　　　　　2019. 9.25 分

・次の関数を変数 x と y についてそれぞれ偏導関数を計算せよ。

(1) $z = x^5 - 3x^2y^4 + 3y^3$

x で偏微分する場合

$$z_x = \frac{\partial}{\partial x}\left(x^5 - 3x^2y^4 + 3y^3\right) = \left(\frac{\partial}{\partial x}x^5\right) - 3y^4 \times \left(\frac{\partial}{\partial x}x^2\right) + 3y^3 \times \left(\frac{\partial}{\partial x}1\right)$$
$$= 5x^4 - 3y^4 \times (2x^1) + 3y^3 \times 0 = 5x^4 - 6xy^4$$

y で偏微分する場合

$$z_y = \frac{\partial}{\partial y}\left(x^5 - 3x^2y^4 + 3y^3\right) = x^5 \times \left(\frac{\partial}{\partial y}1\right) - 3x^2 \times \left(\frac{\partial}{\partial y}y^4\right) + 3\left(\frac{\partial}{\partial y}y^3\right)$$
$$= x^5 \times 0 - 3x^2 \times (4y^3) + 3 \times (3y^2) = -12x^2y^3 + 9y^2$$

(2) $z = 2x^4y^2 + \dfrac{2x}{y^2} - \dfrac{3}{x^2y^5} = 2x^4y^2 + 2xy^{-2} - 3x^{-2}y^{-5}$

x で偏微分する場合

$$z_x = \frac{\partial}{\partial x}\left(2x^4y^2 + 2xy^{-2} - 3x^{-2}y^{-5}\right)$$
$$= 2y^2 \times \left(\frac{\partial}{\partial x}x^4\right) + 2y^{-2} \times \left(\frac{\partial}{\partial x}x\right) - 3y^{-5} \times \left(\frac{\partial}{\partial x}x^{-2}\right)$$
$$= 2y^2 \times 4x^3 + 2y^{-2} \times (1) - 3y^{-5} \times (-2x^{-3})$$
$$= 8x^3y^2 + 2y^{-2} + 6x^{-3}y^{-5} \ \left(= 8x^3y^2 + \frac{2}{y^2} + \frac{6}{x^3y^5}\right)$$

y で偏微分する場合

$$z_y = \frac{\partial}{\partial y}\left(2x^4y^2 + 2xy^{-2} - 3x^{-2}y^{-5}\right)$$
$$= 2x^4 \times \left(\frac{\partial}{\partial y}y^2\right) + 2x \times \left(\frac{\partial}{\partial y}y^{-2}\right) - 3x^{-2} \times \left(\frac{\partial}{\partial y}y^{-5}\right)$$
$$= 2x^4 \times (2y) + 2x \times ((-2)y^{-3}) - 3x^{-2} \times ((-5)y^{-6})$$
$$= 4x^4y - 4xy^{-3} + 15x^{-2}y^{-6} \ \left(= 4x^4y - \frac{4x}{y^3} + \frac{15}{x^2y^6}\right)$$

(3) $z = (x^2 - 4xy - y^3)^3$　　（$t = x^2 - 4xy - y^3$ として合成関数の偏微分をする）

$$z_x = \left\{3(x^2 - 4xy - y^3)^2\right\} \times \left\{\frac{\partial}{\partial x}(x^2 - 4xy - y^3)\right\}$$
$$= 3(x^2 - 4xy - y^3)^2(2x - 4y) \ \left(= (6x - 12y)(x^2 - 4xy - y^3)^2\right)$$

$$z_y = \left\{3(x^2 - 4xy - y^3)^2\right\} \times \left\{\frac{\partial}{\partial y}(x^2 - 4xy - y^3)\right\}$$
$$= 3(x^2 - 4xy - y^3)^2(-4x - 3y^2) \ \left(= (-12x - 9y^2)(x^2 - 4xy - y^3)^2\right)$$

資料置場

https://www.gen.kanagawa-it.ac.jp/takeda/class/

2019年度 微分積分学Ⅱ－d　小テスト解答用紙　2019.10. 1

・高次偏導関数

次の関数が $z_{xy} = z_{yx}$ であることを確かめよ（$z_x \to z_{xy}$, $z_y \to z_{yx}$ の計算の途中式を書くこと）

(1) $z = 3x^4y - 4x^3y^2 - 4y^3$　　(2) $z = \dfrac{y}{x^2+y}$

2019年度神奈川工科大学 微分積分学 Ⅱ－d 演習問題	学科	学年	組	学　籍　番　号	氏　　　名	

提出先：K3-3309号室前　16番のボックス　　提出期限：１０月　２日（水）授業開始まで